Capitulo Primero

Lo Antiguo y lo Nuevo Sobre Los Números y Las Numeraciones

Contenido:

1. La Numeraciones Escrita Mas Difundida

Parto de la base que a ninguno de ustedes, lectores de este libro, constituye un gran esfuerzo escribir cualquier número entero; por ejemplo, dentro de los límites de un millón. Para la escritura de los números, empleamos los diez bien conocidos signos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, llamados; cifras. Ahora nadie duda que, con la ayuda de estos diez signos (cifras) podemos escribir un número, ya sea muy grande o muy pequeño, entero o fraccionario.

Los números del uno al nueve, los escribimos con la ayuda de sólo una de las; nueve primeras cifras. Para la escritura de los números del diez al noventa y nueve, necesitamos ya de dos cifras, una de las cuales puede ser también el cero, y así sucesivamente.

Como base de la numeración tomamos el número "diez", por lo que nuestro sistema de numeración se llama decimal.

Es decir, que diez unidades simples (unidades de primer orden) forman una decena (una unidad de segundo orden), diez decenas forman una centena (una unidad de tercer orden), diez centenas forman un millar (una unidad de cuarto orden) y, en general, cada diez unidades de cualquier orden forman una unidad del orden inmediato superior.

En muchos pueblos los sistemas de numeración eran decimales. Eso está relacionado con el hecho de que tengamos diez dedos en nuestras manos.
En la escritura de los números, en el primer lugar de la derecha escribimos la cifra correspondiente a las unidades; en segundo lugar, la cifra de las decenas; luego la de las centenas, después la de los millares, etc. Así, por ejemplo, la escritura de 2716 denota que el número se compone de 2 millares, 7 centenas, 4 decenas y 6 unidades.
Si un número carece de unidades de determinado orden, en el lugar correspondiente escribimos un cero. Así, el número que tiene tres millares y cinco unidades, se escribe. 3005. En él no existen decenas ni centenas, es decir, las unidades de segundo * y tercer orden; por tal razón, en los lugares segundo y tercero de la derecha escribimos ceros.
¿Qué particularidad notable podemos encontrar en el sistema de numeración que siempre hemos usado?
En el caso, por ejemplo, del número 14742, usamos dos veces la cifra 4: en el segundo y en el cuarto lugar de la derecha. En tanto que una vez representa 4 decenas, la otra representa 1 millares. En consecuencia, resulta que una misma cifra puede denotar tanto cantidades de unidades, como cantidades de decenas, de centenas, de millares, etc. en función de la posición que ocupe la cifra en la escritura del número. De aquí precisamente que nuestro sistema de numeración se llame posicional.
Volvamos al número 2746, del cual hemos hablado antes. En él, la primera cifra de la derecha (la cifra 6) representa 6 unidades, la segunda cifra de la derecha (4) representa 4 decenas, es decir, el número

$$40 = 4 * 10,$$

la tercera cifra de la derecha (7) representa 7 centenas, o sea, el número

$$700 = 7 * 10 * 10 = 7 * 10^2,$$

y finalmente, la cuarta cifra (2) representa 2 millares, es decir, el número

$$2000 = 2 * 10 * 10 * 10 = 2 * 10^3$$

El mencionado número puede ser escrito, pues, así:

$$2746 = 2000 + 700 + 40 + 6 = 2 ** 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10 + 6$$

Cada tres órdenes en un número constituyen una clase. Las clases se cuentan siempre de derecha a izquierda. Primero está la llamada primera clase, constituida por las unidades, decenas y centenas; después la segunda clase, con los millares, las decenas de millar y las centenas de millar: luego la tercera clase, constituida por los millones, las decenas de millón y las centenas de millón, etc.
Pensemos un poco en esta cuestión: ¿ Por qué se efectúan tan rápida y fácilmente con los números las cuatro operaciones aritméticas: adición, substracción, multiplicación y división?: Estas ventajas nos son ofrecidas, lógicamente, por el citado principio posicional de la escritura de los números.
En efecto, al hacer una operación aritmética cualquiera con números, trabajamos con las decenas, centenas, millares, etc., como si fueran unidades, y sólo al obtener el resultado final tenemos en cuenta su orden.

Así, para la escritura de los números, empleamos el sistema decimal posicional de numeración. El famoso físico y matemático francés Laplace (siglos XVIII-XIX), escribió acerca del sistema: "La idea de representar todos los números con diez signos, asignándoles además de un valor por su forma otro por su posición, es tan sencilla, que en virtud de esta sencillez resulta difícil imaginarse en qué medida es admirable esta idea".
Ahora casi toda la humanidad utiliza este sencillo sistema de numeración, cuyo principio de construcción y trazo de cifras aparecen con idénticas propiedades pana tolo mundo.
¿Cómo surgió este extraordinario sistema de numeración decimal posicional?
No obstante su sencillez, los hombres necesitaron varios miles de años para llegar a él. No será una exageración si decimos que todos los pueblos del mundo tomaron parte en la creación de dicho sistema.
Inicialmente el sistema decimal posicional de numeración apareció en la India, y ya a mediados del siglo VIII, se usaba ahí ampliamente. Por esa misma época, también surge en China y otros países del Oriente. Los europeos adoptaron este sistema hindú de numeración en el siglo XIII, debido a la influencia árabe. De aquí surgió, precisamente, la denominación, históricamente incorrecta, de "numeración arábiga".
¿Qué sistemas de numeración estaban en uso, antes del surgimiento del decimal posicional?
El enorme interés de esta pregunta, hace necesario un análisis detallado de ella, lo que nos proporcionará la posibilidad de valorar mejor la, ventajas de nuestro sistema de numeración.
Volver

2. Numeración Antigua Egipcia
Una de las más antiguas numeraciones es la egipcia. Data aproximadamente de hace 7000 años, es decir, de más de 3000 años antes de nuestra era. En el transcurso de los tres primeros milenios sufrió cambios insignificantes. Relacionémonos más de cerca con dicha numeración antigua, y fijemos nuestra atención en la forma en que se representaban en ella los signos numéricos, y cómo, con ayuda de ellos, se escribían los números.
En la numeración egipcia existían signos especiales (jeroglíficos) para los números: uno, diez, cien, mil, diez mil, cien mil, un millón. Estos signos están representados en la figura 1.

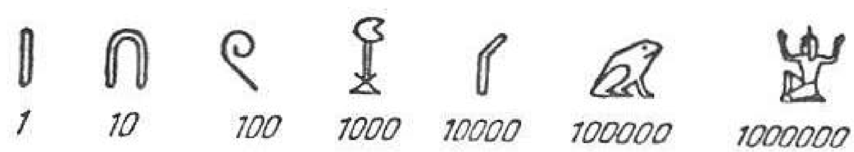


Figura 1. Estos signos especiales (jeroglíficos) eran utilizados por los antiguos egipcios para la notación de los números.

Para representar, por ejemplo, el número entero 23 1415, era suficiente escribir en serie dos jeroglíficos de diez mil luego tres jeroglíficos de mil, uno de cien, cuatro de diez y cinco jeroglíficos para las unidades (ver. fig. 2).

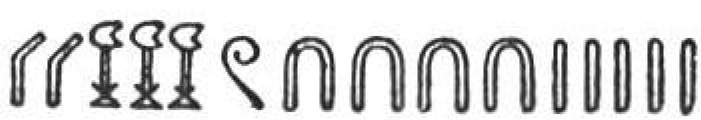


Figura 2. Escritura del número 23 145 en el sistema de numeración egipcio.

Estos símbolos, en la escritura, no podían aparecer más de nueve veces en cada número. En el sistema egipcio de numeración no había signo alguno para el cero.
Este solo ejemplo es suficiente para aprender a escribir los números tal y como los representaban los antiguos egipcios. Este sistema de numeración es muy simple y primitivo. Es un sistema decimal puro, puesto que en la representación de los números enteros se emplea el principio decimal conforme al orden clase. Hay que notar que cada signo numérico representa solamente un número. Así, por ejemplo, el signo para las decenas (ver fig. 1) denota solamente diez unidades. Y no diez decenas o diez centenas, lo que pone en evidencia el por qué el sistema de numeración egipcio no era posiciones.
Volver

3. Numeración Antigua Rusa

Conforme al principio de la numeración egipcia antigua, se construyeron sistemas de numeración en algunos pueblos más, tales como el de la antigua Grecia por ejemplo, del que hablaremos detalladamente más adelante.
En la antigua Rusia, por ejemplo, existió un sistema popular de numeración ampliamente difundido, y elaborado sobre el mismo principio del sistema egipcio, pero distinguiéndose de éste por la representación de los signos numéricos.
Es interesante anotar, que esta numeración era, en la antigua Rusia, inclusive de índole legal: precisamente conforme a tal sistema, sólo que más desarrollado, los recaudadores de impuestos debían llevar los registros en el libro de contribuciones.
El recaudador, leemos en el antiguo "Código de las Leyes", recibiendo de cualquiera de los arrendadores o propietarios el dinero aportado, deberá él mismo, o por medio de un escribiente, registrar en el libro de contribuciones frente al nombre del arrendador, la cantidad de dinero recaudado, anotando la suma recibida con cifras o signos. Para conocimiento de todos y de cada cual, estos signos se instituyen idénticos para todo lugar, a saber:

diez rublos se denota por el signo	(
un rublo	O
diez kopeks	x
un kopek	|
un cuarto	-

Por ejemplo, veintiocho rublos, cincuenta y siete kopeks y tres cuartos:

((OOOOOOOOxxxxx|||||||---

En otro lugar del mismo tomo del "Código de las Leyes", nos volvemos a encontrar con una mención acercan del empleo obligatorio de las notaciones numéricas nacionales. Se dan signos especiales para los millares de rublos, en forma de una estrella de seis puntas con una cruz en su centro, y para las centenas, en forma de una rueda con ocho rayos. Pero las notaciones para los rublos y las decenas de kopeks aquí se establecen en distinta forma que en la ley anterior. Veamos el texto de la ley acerca de los así llamados "signos tributarios"
Que en todo recibo entregado al Representante de la Alta Estirpe, además de la redacción con palabras se escriba, con signos especiales, los rublos y kopeks aportados, de tal manera que al

realizar un simple cálculo de todos los números, pueda ser aseverada la veracidad de las declaraciones[1]. Los signos empleados en el recibo significan:

una estrella	mil rublos
una rueda	cien rublos
diez rublos	.
X	un rublo,
|||||||||	diez kopeks
|	un kopek.

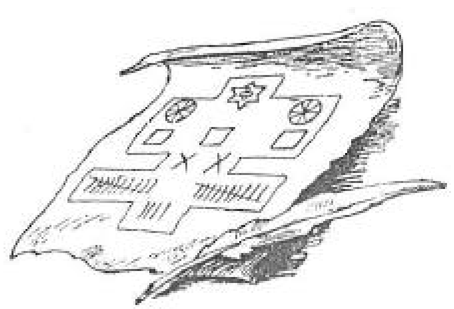


Figura 3. Inscripción antigua en un recites de pago de impuesto ("tributo"), que representa la suma 1232 rublos, 24 kopeks.

Para que no puedan hacerse aquí adiciones de ningún tipo, todos los signos se rodean por medio de un trazo constituido por líneas rectas.
Por ejemplo, mil doscientos treinta y dos rublos; veinticuatro kopeks se representan así (Ver fig. 3).
Volver

4. Numeración Romana

De todas las numeraciones antiguas, la romana es, posiblemente la única que se ha conservado hasta hoy, y que es empleada con frecuencia. Las cifras romanas se utilizan hoy día para las notaciones de los siglos, las numeraciones de los capítulos en los libros, etc.
Para la escritura de los números enteros en la numeración romana, es necesario recordar las representaciones de los siete números fundamentales:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Con su ayuda, podemos escribir todo número entero menor que 4000, y algunas de las cifras (I, X, C, M) pueden repetirse consecutivamente hasta tres veces.
En la escritura de los números en el sistema romano de numeración, una cifra menor puede estar a la derecha de una mayor; en este caso, la menor se adiciona a la mayor. Por ejemplo, el número 283 lo podernos escribir, en signos romanos así:

CCLXXXIII

[1] Esto muestra que los signos escritos tenían una amplia utilización entre el pueblo.

es decir, 200 + 50 + 30 + 3 = 283. Aquí, la cifra que representa a la centena aparece dos veces, y las que representan respectivamente a las decenas y a las unidades aparecen tres veces.
Una cifra menor, también puede escribirse a la izquierda de una mayor, con lo que aquella se substrae de ésta. En este caso no se admite la repetición de la cifra menor. Los ejemplos que se proporcionan enseguida ayudan a aclarar completamente el método de escritura de los números en la numeración romana.
Escribamos en romanos los números 94, 944, 1809, 1959:

XCIV	= 100 - 10 + 5 - 1	= 94
CMXLIV	= 1000 - 100 + 50 - 10 + 5 - 1	= 944
MDCCCIX	= 1000 + 500 + 300 + 10 - 1	= 1809
MCMLIX	= 1000 + 1000 - 100 + 50 + 10 - 1	= 1959

¿Se ha observado que en este sistema no existe signo para representar el cero? En la escritura del número 1809, por ejemplo, no usamos el cero.

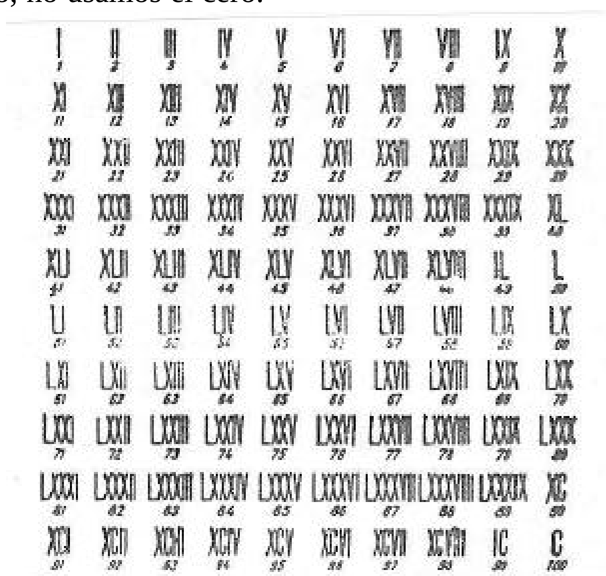


Figura 4.- Así se escriben en la numeración romana todos y cada uno de los números romanos del uno al cien.

Estudien ustedes la figura 4, donde proporcionamos la escritura en la numeración romana de todos los números enteros del 1 al 100.
Con la ayuda de las cifras romanas se pueden escribir también grandes números para lo cual, después de la escritura del signo de millares se introduce la letra latina *M* como subíndice.
Escribamos, como ejemplo, el número 417.986:

CDXVIIM CMLXXXVI

El sistema romano de numeración, como el antiguo egipcio, no es posiciones: cada cifra en él representa sólo un número estrictamente definido. Sin embargo, a diferencia del antiguo egipcio, no es decimal puro. La presencia en el sistema romano de signos especiales para los números cinco, cincuenta, y quinientos, muestran que en él existen fuertes vestigios de un sistema de numeración quinario.

La numeración romana no está adaptada, en modo alguno, para la realización de operaciones aritméticas en forma escrita. Esta es su desventaja mayor.
Volver

5. Numeración Antigua Griega
Continuemos nuestro relato acerca de los sistemas no posicionales[2] de numeración, y al final del capítulo describiremos detalladamente uno de los más antiguos sistemas de numeración (aunque por supuesto, posterior al egipcio): el babilónico, que fue el primer sistema posicional.

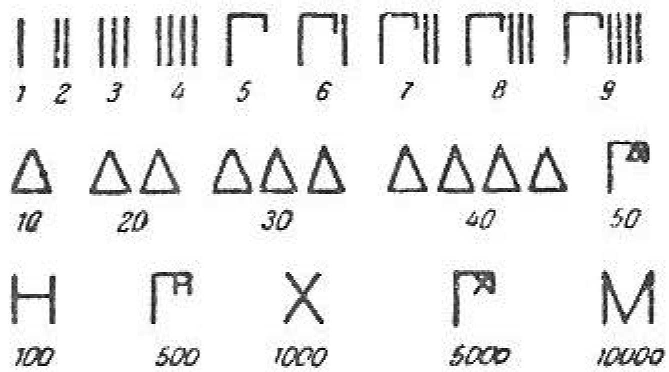
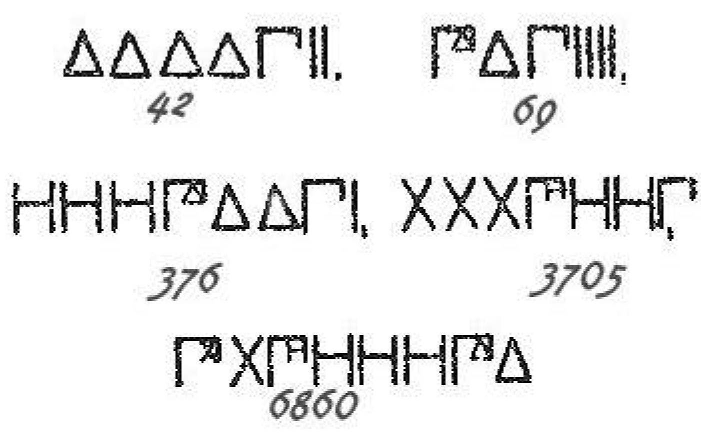


Figura 5. Escritura de algunos números en la numeración ática o herodiánica.

Un sistema muy parecido al romano es el llamado ático o herodiánico[3], que se utilizó en la Grecia antigua. En la figura 5 se muestran las representaciones de varios números de esta numeración. A diferencia de la numeración romana este dibujo muestra que aquí, los signos parar los números uno, diez, cien y mil, pueden repetirse no tres, sino cuatro veces, en cambio, se prohíbe escribir una cifra menor la izquierda de una mayor.
En la figura 6 se dan ejemplos de la escritura de números enteros en el sistema ático de numeración, que, aclaran completamente el método de tal escritura.



[2] En general, a los sistemas de numeración no decimales. Le dedicamos más adelante un capítulo entero (Ver Cap. IV).
[3] Herodiano era un Historiador griego de los siglo II-III de N. E. En sus obras científicas fue donde primero se mencionó la numeración ática. Las más antigua de las escrituras se encontrarán con respecto a esta numeración, corresponde al siglo VI antes de nuestra era.

Figura 6. Ejemplos que aclaran el método de escritura de los números enteros en el sistema ático de numeración.

Durante el siglo III A. de N. E., en Grecia, en lugar de la numeración ática se utilizaba la numeración jónica, donde números enteros se representaban con letras del alfabeto griego sobrerrayadas; sistema de numeración denominado alfabético.

Figura 7.

Como se ve, este sistema es decimal, pero no posicional.

Esto también sucede en otras numeraciones alfabéticas.
Volver

6. Numeración Eslava

Los pueblos eslavos también utilizaron una numeración alfabética. En la figura 8 están representadas las 27 letras del alfabeto eslavo. Bajo cada letra está escrito su nombre y el valor numérico que le corresponde. Sobre la letra que representa al número hay un signo (ver fig. 8) llamado "titlo".

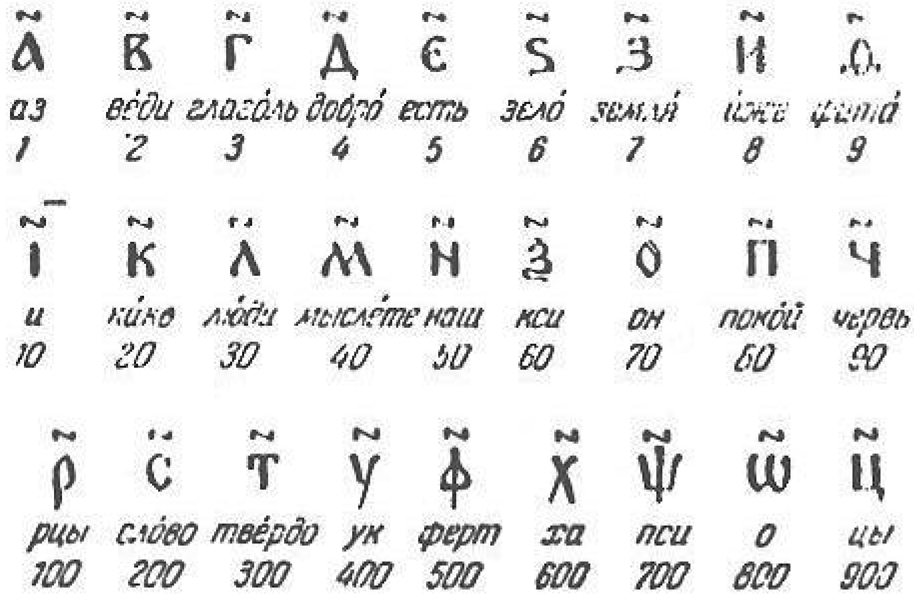


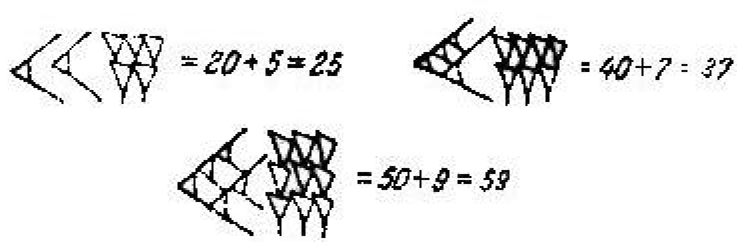
Figura 8. Notación de los números en la numeración alfabética eslava. Los nombres de las letras, que en el dibujo están escritas en ruso, se traducen como sigue, en su orden correspondiente: az vedi glagol dobró est zeló zenilia izhe fitá i kako lyudi mislietie nash ksi on pokoy cherv rtsi slevo tvierbo uk fert ja psi o tsy.

Volver

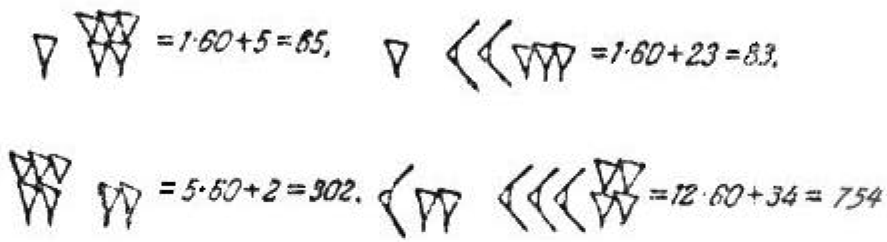
7. Numeración Babilónica

El más interesante de todos los antiguos sistemas de numeración es el babilónico, que surgió aproximadamente en el año 2000 A. de N.E. Fue el primer sistema posicional de numeración, conocido por nosotros. Los números en el sistema se representaban con la ayuda de sólo dos símbolos, una cuña vertical V que representaba a la unidad y una cuña horizontal para el número diez. Estas cuñas resaltaban en las tablillas de las cuñas de arcilla, por los palitos inclinados, y tomaban la forma de un prisma. De aquí surgió la denominación de cuneiforme para la escritura de los antiguos babilonios.

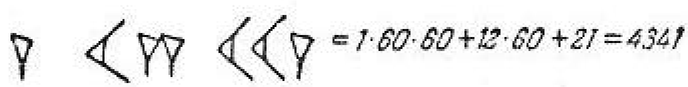
Con la ayuda de los dos signos mencionados, todos los, números enteros del 1 al 59 conforme a un sistema decimal se podían escribir exactamente como en la numeración egipcia: es decir, que los signos para el diez y la unidad repetían, correspondientemente tantas veces como en el número hubiese decenas y unidades. Proporcionemos algunos ejemplos explicativos:



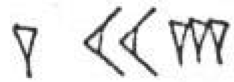
Hasta el momento no hemos encontrado nada nuevo. Lo nuevo empieza con la escritura del número 60 donde se utiliza el mismo signo que para el 1, pero con un mayor intervalo entre él y los signos restantes. Proporcionemos también, aquí, ejemplos aclaratorios:



De esta manera, ya podemos representar los números del 1 al 59 * 60 + 59 = 3599.
Enseguida está una unidad de un nuevo orden (es decir el número 1 * 60 * 60 = 3600), que también se representa por el signo para la unidad; por ejemplo:

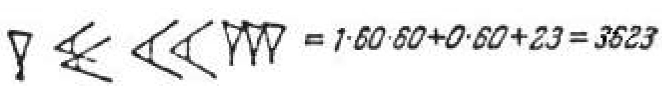


De esta manera, la unidad de segundo orden representada por el mismo signo es 60 veces mayor que la de primer orden, y la unidad de tercer orden es 60 veces mayor que la de segundo y 3600 veces mayor (60 * 60 = 3600) que la unidad de primer orden. Y así sucesivamente.
¿Pero qué sucede si uno de los órdenes intermedios no existe?, preguntarán ustedes. ¿Cómo se escribe, por ejemplo, el número 1 * 60 * 60 + 23 = 3623? Si se escribiera simplemente en esta forma:



Podría confundírsele con el número 1 * 60 + 23 = 83. Para evitar confusiones se introdujo, posteriormente, el signo separador, que jugaba el mismo papel que el signo "cero"

juega en nuestra numeración. Así pues, con la ayuda de dicho signo separador, el número 3623 se escribirá así:



El signo separador babilonio nunca se colocaba al final de un número; por tal razón, los números 3; 3 * 60 = 180: 3 * 60 * 60 = 10800; etc., se representaban en forma idéntica. Se convenía en determinar conforme al sentido del texto, a cuál de estos números se refería lo expuesto.

Es notable el que, en la matemática babilónica, se empleara un mismo signo, tanto para la escritura de los números enteros, como para la el de las fracciones. Por ejemplo, las tres cuñas verticales escritas en fila, podían denotar 3/60, ó 3/60*60 = 3/3.600, ó 3/60*60*60 = 3/216.000
¿ Cuáles son las conclusiones que podemos sacar, ahora, sobre las particularidades de la numeración babilónica?
En primer lugar, observamos que este sistema de numeración es posicional. Así, un mismo signo puede representar en él, tanto 1 como 1 * 60, como 1*60*60 = 1 * 60^2 = 1 * 3600, etc., en función del lugar en que dicho signo esté escrito. Exactamente como en nuestro sistema de numeración, una cifra, por ejemplo, 2, puede representar los números: 2, ó 2 * 10 = 20, ó 2 * 10 * 10 = 2 X 10^2 = 2 * 100 = 200, etc., según si está en el primero, segundo, tercero, etc, orden.
Sin embargo, el principio posicional, en la numeración babilónica, se lleva a cabo en órdenes sexagesimales. Por tal motivo, dicha numeración se llama sistema de numeración posicional sexagesimal. Los números hasta el 60 se escribían, en esto sistema, conforme al principio decimal
En segundo lugar la numeración babilónica permitía una escritura sencilla de las fracciones sexagesimales, es decir, las fracciones con denominadores 60, 60 * 60 = 3600, 60 * 60 * 60 = 216 000, etc.
Las fracciones sexagesimales se utilizaron mucho en la época de los babilonios. Pero aún hoy dividimos 1 hora en 60 minutos, y 1 minuto en 60 segundos. Exactamente igual, dividimos la circunferencia en 360 partes, llamadas grados, un grado lo dividimos en 60 minutos, en tanto que un minuto en 60 segundos.
Como se ve, el sistema de numeración hindú, ampliamente usado por nosotros, está lejos de ser el único método de notación de los números.
Han existido también, otros procedimientos de representación de los números; así, por ejemplo, algunos comerciantes tenían sus signos secretos para las notaciones numéricas: las llamada, "claves" comerciales. Sobre ellas hablaremos ahora detenidamente.
Volver

8. "CLAVES" SECRETAS COMERCIALES

En tiempos pre-revolucionarios, en las cosas compradas en los comercios ambulantes o en las tiendas particulares[4], especialmente de provincia, se veían frecuentemente unas letras indescifrables, por ejemplo,

a ve v uo.

Se trata simplemente de dos claves: una es del precio de venta que tiene la mercancía, y la otra es del costo que tuvo la misma para el comerciante. Así, éste puede calcular cuánto rebajarla en caso de que el cliente le pidiese descuento.

[4] Aunque esta costumbre ha desaparecido -por innecesaria- en la URSS y otros países, sigue siendo muy usual entre los pueblos de sistema capitalista. (N. del Editor)

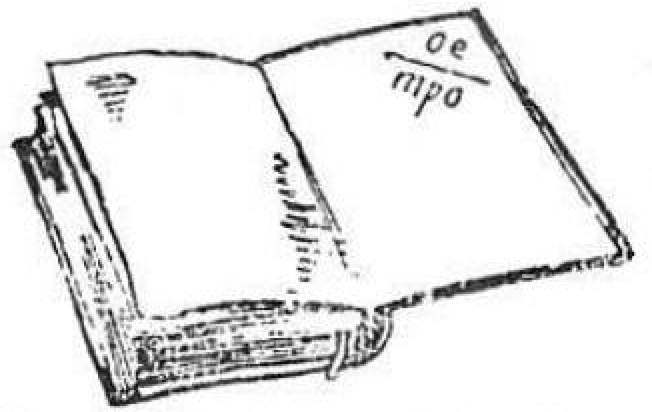


Figura 9. "Clave" comercial en la cubierta de un libro (en ella se representa con las letras superiores, el valor intrínseco, o costo, del libro, y con las letras inferiores el precio de renta).

El sistema de notaciones era muy sencillo. El vendedor escogía cualquier palabra de diez diferentes letras: por ejemplo la palabra "feudalismo". La primera letra de la palabra representaba al uno, la segunda, 2 la tercera, 3, y así sucesivamente hasta la última letra, que representaba al cero. Con la ayuda de estas letras-cifras condicionales el comerciante anotaba sobre las mercancías, su precio, guardando en estricto secreto "la clave" de su sistema de ganancias.
Si por ejemplo, era escogida la palabra:

f	e	u	d	a	l	i	s	m	o
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

el precio 4 rublos, 75 kopeks, se escribía **d ia**
Algunas veces, sobre la mercancía se escribía el precio en forma de quebrado (fig. 9), por ejemplo, en un libro se encontraba la notación

ao / f en

eso significaba, en la clave "f e u d a l i s m o" que era necesario pedir un rublo 25 kopeks, si el mismo libro valía 50 kopeks.

9. Peones en Lugar de Números

Solamente después de lo indicado, es fácil comprender que los números se pueden representar no solamente con ayuda de cifras, sino también con cualesquiera otros signos y aún objetos: lápices, pluma, reglas, gomas, etc. Basta con atribuir a cada objeto el valor de una cifra cualquier determinada. Se puede inclusive, por curiosidad, con ayuda de tales cifras objetos, representar las operaciones con los números: sumar, restar, multiplicar, dividir.

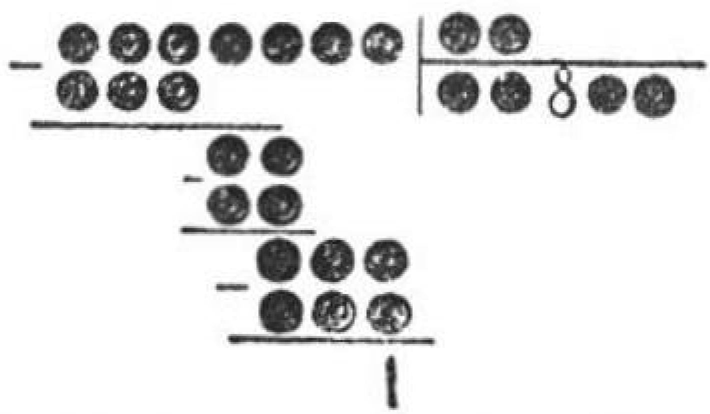


Figura 10. Representación del problema publicado por una revista de ajedrez, donde casi todas las cifras están substituidas por peones.

En una revista de ajedrez fue presentado un problema: determinar el verdadero significado del ejemplo de división de números, representado en la fig. 10, en el cual casi toda, las cifras están substituidas por peones. De 28 cifras, sólo 2 son conocidas: el 8 en el cociente y, el 1 en el residuo. Los otros 26 signos son peones de ajedrez, por lo que probablemente parecerá que el problema no tiene sentido. Sin embargo ahora veremos una manera de solucionar el problema, basándonos en el proceso de la división.

La segunda cifra del cociente es, naturalmente; cero, ya que al residuos de la primera resta le añadimos no una cifra sino dos. De la misma manera, después de que añadamos la primera cifra, formamos un número menor que el divisor; también en tales casos la cifra siguiente del cociente es cero.

Exactamente por lo mismo; razonamientos, establece que la cuarta cifra del cociente es, también cero.

Fijando la atención en la disposición de los peones, observamos que el divisor de dos cifras, al ser multiplicado por 8 da un número de dos cifras; al multiplicarlo por la primera cifra (aún desconocida) del cociente, se obtiene un número de tres cifras. Es decir, esta primera cifra del conciente es mayor que 8; tal cifra puede ser, solamente, el 9.

Por el mismo método, establecemos que también la última cifra del cociente es 9.

Ahora, el cociente está completo; es: 90 809. Obtengamos hora el divisor. Como se ve en la figura 10, consta de dos cifras; además, la disposición de los peones indica que este número de dos cifras, al multiplicarse por 8, da un número de dos cifras; el resultado de multiplicarlo por nueve, consiste en un número de tres cifras. ¿Cuál es este número? Realicemos, las pruebas empezando con el menor número de dos cifras: el 10.

10 * 8 = 80.
10 * 9 = 90.

El número 10, como vemos, no satisface las condiciones requeridas: ambos productos son números de dos cifras. Probemos con el siguiente número de dos cifras, el 11:

11 * 8 = 88
11 * 9 = 99

El número 11 tampoco sirve, pues los dos productos tienen otra vez dos cifras. Probemos ahora con el 12:

12 * 8 = 96
12 * 9 = 108

El número 12 satisface todas las condiciones. Pero, ¿no habrá otros números que también las satisfagan? Probemos con el 13:

13 * 8 = 104
13 * 9 = 117

Ambos productos son números de tres cifras, por lo que el 13 no sirve. Está claro que tampoco servirán todos los números mayores que 13.
Así, el único divisor posible es el 12. Conociendo el divisor, el cociente y el residuo, fácilmente podemos encontrar el dividendo, invirtiendo el proceso de la división.
Así, dividendo

90 809 * 12 + 1 = 1 089 709

Finalmente tenemos, por consiguiente, el ejemplo dado de división con residuo:

```
 1  0  8  9  7  0  9  /1  2
-1  0  8                9  0  8  0  9
         9  7
      -  9  6
            1  0  9
         -  1  0  8
                  1
```

Como vemos, con dos cifras conocidas hemos, pedido encontrar el valor de 26 cifras desconocidas.
Volver

10. La Aritmética en el Desayuno

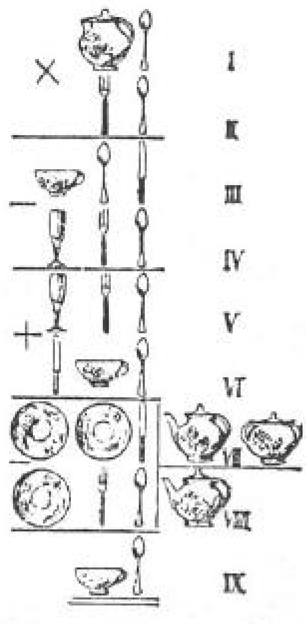


Figura 11 ¿A qué números corresponden estos símbolos aritméticos?

Ante nosotros hay una serie de operaciones con números, representados por los objetos de servicio de una mesa (fig. 11): El tenedor, la cuchara, el cuchillo, la jarra, la tetera, el plato; todos éstos son signos, cada uno de los cuales substituye a una cifra determinada.
Observando este grupo de cuchillos, tenedores, vajilla, etc., cabe preguntar: ¿Cuáles son, precisamente, los números representados aquí?
A primera vista, el problema parece ser muy difícil: como si se tratara de descifrar jeroglíficos, tal y como lo hizo hace algún tiempo Champolion[5]. Pero este problema es mucho más sencillo: ustedes saben que los números, aunque aquí están representados por cuchillos, cucharas, tenedores, etc, están escritos conforme al sistema decimal de numeración, es decir, que sabemos que el plato colocado en segundo lugar (leyendo desde la derecha), es una cifra de las decenas, así como el objeto que está a su derecha es una cifra de las unidades, y el que está a su izquierda es la cifra de las centenas. Además, ustedes saben que la disposición de todos estos objetos tiene un determinado sentido, el cual surge de la esencia de las operaciones aritméticas, realizadas con los números denotados por ellos. Todo esto, puede, en gran medida, facilitar a ustedes la resolución del problema presentado.
¿Con qué números se realizan las operaciones aritméticas, aquí indicadas?
Veamos cómo se pueden encontrar los valores de los objetos aquí dispuestos. Considerando los tres primeros renglones en nuestro dibujo, verán que cuchara, multiplicada por cuchara, da cuchillo; y de los renglones 3, 4 y 5, vemos que cuchillo menos cuchara da cuchara es decir, cuchara + cuchara = cuchillo. ¿Qué cifra da el mismo resultado al multiplicarse por sí misma que al duplicarse? Esta puede ser únicamente el 2, porque 2 * 2 = 2 + 2. Así, sabemos ya que cuchara = 2 y, por lo tanto, cuchillo = 4.

[5] Champolion (1790-1532). Famoso filólogo francés fundador de la egiptología o, ciencia que estudia el idioma la historia y la cultura del Egipto antiguo y de los países con frontera común con él.

Ahora, sigamos, adelante, ¿Qué cifra está representada por el tenedor? Lo averiguaremos por las primeras 3 líneas, conde el tenedor aparece multiplicando, y por los renglones III, IV y V, donde aparece el tenedor en la substracción. En el grupo de la substracción vemos que, en el orden de las decenas, al restar tenedor de cuchara, obtenemos tenedor, es decir, en la substracción 2 - tenedor, obtenemos tenedor. Esto puede ser en dos casos: o tenedor = 1, y por lo tanto, 2-1=1, o tenedor = 6, y entonces substrayendo 6 de 12 (una unidad de orden superior se representa por taza), obtenemos 6. ¿Cuál elegir: 1 ó 6?

Probemos el 6 para el tenedor en otras operaciones. Dirijamos la atención a la multiplicación de los números que se hallan en los renglones I y II. Si tenedor = 6, entonces en el segundo renglón está el número 62 (ya sabemos que cuchara = 2). No es difícil entender, que en tal caso, en el primer renglón deberá estar el número 12, y la jarra representará la cifra 1. En verdad, si la jarra denotara la cifra 2 o cualquier otra cifra mayor, el producto de los números de los renglones I y II sería un número de cuatro cifras, y no de tres, como debe ser. Así, si tenedor = 6, en el primer renglón está el número 12, y en el 11, el 62. Por lo tanto, su producto es 12 * 62 = 744.

Pero esto es imposible, porque la cifra de las decenas de este producto es cuchara, es decir, 2, y no 4 como habíamos obtenido. Esto quiere decir, que tenedor no es igual a 6 como se suponía, y por lo tanto es necesario considerarlo igual a uno.

Conociendo por tales, búsquedas, en verdad bastante largos, que el tenedor denota la cifra 1, en adelante ya iremos más rápida y certeramente. De la operación de la substracción, en los renglones III y IV, vemos que taza puede ser 6, o bien 8. Pero el 8 no puede ser, porque implicaría que la copa fuera 4, y sabemos que la cifra cuatro esta denotarla por el cuchillo. Así, la taza representa a la cifra 6 y, por lo tanto, la copa a la cifra 3.

¿Cuál es la cifra que está representada por la jarra en el renglón 1? Esto es fácil de saber, si nos es dado el producto (III renglón, 624) y uno de los factores (II renglón, 12). Dividiendo 624 entre 12, obtenemos 52. Por lo tanto, la jarra = 5.

El valor del plato se determina fácilmente: en el VII renglón, plato = tenedor + taza = copa + cuchillo, es decir, plato = 1 + 6 = 3 + 4 = 7.

Ahora, sólo falta descifrar el valor numérico de la tetera y de la azucarera en el VII renglón. Puesto que para las cifras 1, 2, 3, 1, 5, 6 y 7 los objetos ya han sido encontrados, queda solamente elegir entre 8, 9 y 0. Substituyendo en la operación de división, representarla en los tres último renglones, en lugar de los objetos las cifras; correspondientes, obtenemos la disposición siguiente (con las letras *t* y *a* se denotan, respectivamente, la tetera y la azucarera):

$$\begin{array}{rl} 774 & : ta = \quad 1 \\ -\quad 712 & \\ 62 & \end{array}$$

El número 712, como vemos, es el producto de los dos números desconocidos, *ta* y *t* que no pueden ser, naturalmente, ni cero, ni terminados en cero: es decir, ni *t*, ni *a* son cero. Entonces, quedan ya sólo dos alternativas: *t* = 8 y *a* = 9 o bien, *t* = 9 y *a* = 8. Pero multiplicando 98 * 8 = 712 no obtenemos 712; por consiguiente, la tetera representa al 8, y la azucarera al 9 (efectivamente: 89 * 8 = 712).

Así, por medio de sencillos cálculos aritméticos desciframos la inscripción jeroglífica de los objetos de servicio de una mesa:

tenedor	1

cuchara	2
copa	3
cuchillo	4
jarra	5
taza	6
plato	7
tetera	8
azucarera	9

Y toda la serie de operaciones aritméticas, representada por este original servicio de mesa, adquiere, sentido:

$$
\begin{array}{r l}
52 & \\
\underline{*12} & \\
624 & \\
\underline{-312} & \\
+462 & \\
774 & :89=8 \\
\underline{-712} & \\
62 &
\end{array}
$$

Volver

11. Charadas Aritméticas

Lo que denomino charadas aritmética constituye un juego recreativo: la adivinanza de determinada palabra por la resolución de un problema al estilo del que resolvimos en el párrafo anterior. El adivinador piensa una palabra de 10 letra, diferentes (no repetidas). Por ejemplo: terminado, acostumbre, impersonal. Tomando letras de la palabra concebida, por cifras, representará por medio de estas letras cualquier caso de división. Si la palabra proyectada es *terminados*, se puede dar un ejemplo de división así:

t	e	r	m	i	n	a	d	o	s
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

dividendo: 4517820 = *mitades*; divisor: 87890 = *dados*

$$
\begin{array}{r l l l l}
 & 4517820 & : & 87890 & = 51 \\
- & 4394500 & & & \\
\hline
 & 123320 & & & \\
- & 87890 & & & \\
\hline
 & 35430 & & &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r l l l l}
 & \textit{mitades} & : & \textit{dados} & = \textit{it} \\
- & \textit{mromis} & & & \\
\hline
 & \textit{terres} & & & \\
- & \textit{dados} & & & \\
\hline
 & \textit{rimrs} & & &
\end{array}
$$

Se pueden tomar también otras palabras:

dividendo: 8945673 = *dominar*; divisor: 45670 = *minas*

dominar	:	*minas*	=	*toi*
– *minas*				
mradna				
– *mttsrs*				
endrar				
– *eedris*				
msser				

La representación literal de un determinado caso de división, se confía a un adivinador, quien conforme a ésto, en una primera ojeada sobre el conjunto de palabras incoherentes, deberá adivinar la palabra concebida. Como se debe tratar de descubrir el valor numérico de las letras en semejantes casos, ya lo sabe el lector: lo explicamos durante la resolución del problema del párrafo anterior. Con cierta paciencia, se pueden descifrar estas charadas aritméticas, a condición únicamente de que el ejemplo sea bastante largo y proporcione el material necesario para las suposiciones y pruebas. Si son escogidas palabras que den casos excesivamente cortos de la división, por ejemplo:

a	c	o	s	t	u	m	b	r	e
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

dividendo: 21411 = *casas*; divisor: 9053 = *reto*

casas	:	*retos*	=	*c*
– *abaeu*				
ooeb				

entonces, la adivinación es muy laboriosa. En semejantes casos, es necesario solicitar, del adivinador, la continuación de la división hasta centésimos o milésimos, es decir, obtener en el cociente, aún, dos o tres fracciones decimales. He aquí un ejemplo de división hasta centésimos:

i	m	p	e	r	s	o	n	a	l
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

dividendo: 21039 = *milpa*; divisor: 2939 = *mapa*

$$
\begin{array}{rl}
 & milpa \quad : \quad mapa \quad = \quad ois \\
- & mlrop \\
\hline
 & essl \\
- & mapa \\
\hline
 & iomil \\
- & iospe \\
\hline
 & ros
\end{array}
$$

Si en este caso nos limitásemos a la parte entera (o), la clave de la palabra propuesta sería poco probable.

En cuanto a las palabras empleadas en calidad de "clave" para semejantes charadas, su elección no es tan difícil como parece; además de las antes indicadas se pueden utilizar las palabras: *futbolista, inyectarlo, esquivador, profetizas, reticulado, esculpidor*

Volver

12. Descubriendo un Número de Tres Cifras

Veamos aún otro acertijo aritmético de distinto carácter. Un número desconocido consiste de tres cifras diferentes: A, B, C. Lo escribimos, condicionalmente, así: ABC, teniendo en mente, que C es la cifra de las unidades, B la de las decenas y A, la de las centenas. Es necesario hallar este número, si es sabido que:

$$
\begin{array}{lr}
 & ABC \\
\times & BAC \\
\hline
 & **** \\
+ & **A \\
 & ***B \\
\hline
 & ******
\end{array}
$$

Los asteriscos denotan cifras desconocidas. Procedamos a encontrar todas:

Ante todo, establezcamos que ni A, ni B, ni C son cero, pues de lo contrario no se podrían obtener tres renglones de productos parciales.

Observemos además que:

el producto C X A termina en A

el producto C X B termina en B

de donde deducimos que C puede ser 1 ó 6. Para la unidad, nuestra consideración es evidente; para el 6 se aclara con los ejemplos:

6 X 2 = 12;

6 X 8 = 48;

6 X 4 = 24.

Otras cifras no poseen semejante propiedad. Pero si *C* fuera 1, el primer producto parcial no sería de cuatro cifras, sino solamente de tres. Queda, por consiguiente, una posibilidad: *C* = 6.
Nos convencemos ahora de que *C* = 6 y que, por lo tanto, *A* y *B* pueden ser solamente 2, 4 u 8; pero como el segundo producto parcial consiste solamente de tres cifras, entonces *A* no puede ser ni 4 ni 8, y por lo tanto *A* = 2.
Para *B* quedan dos posibilidades: *B* = 4, y *B* = 8. Si con *A* = 2, *B* fuera 4, el último producto parcial consistiría de tres cifras y no de cuatro; luego, *B* = 8.

Así tenemos, *A* = 2, *B* = 8, *C* = 6. El número buscado es 286, y la multiplicación queda como sigue:

$$\begin{array}{rr} & 286 \\ \times & 826 \\ \hline & 1716 \\ + & 572 \\ & 2288 \\ \hline & 236236 \end{array}$$

Volver

13. El Sistema Decimal de Los Armarios de Libros
El sistema de numeración decimal halla, de paso, aplicación allí donde no era de esperarse, como en las bibliotecas en 1a distribución de libros conforme a secciones.
En algunas bibliotecas masivas se utiliza tal sistema de clasificación de los libros, en la cual un libro tiene, en todo lugar, idéntica notación numérica ("clave"). Este sistema se denomina decimal y libra al lector de la necesidad de consultar el catálogo al requerirse libros de una u otra sección.
El sistema es sencillo y muy conveniente. Su esencia consiste en que, a cada rama del conocimiento se le da una notación numérica en tal forma, que las cifras que la componen informan acerca del lugar que ocupa dicha rama en la organización general de las materias:
Todos los libros se distribuyen, ante todo, conforme a diez secciones principales, que se denotan por las cifras del 0 al 9:

0 Obras de carácter general.
1 Filosofía.
2 Historia de la religión y literatura antirreligiosa.
3 Ciencias sociales. Derecho.
4 Filología. Lenguas.
5 Ciencias, físico-matemáticas y naturales
6 Ciencias aplicadas (la medicina, la técnica, la agricultura, etc.)
7 Bellas Artes.
8 literatura.
9 Historia, geografía, biografías.

La primera cifra de la clave (es decir, de la notación numérica) conforme a este sistema, indica directamente a cual de las secciones de libros enumeradas se refiere. Todo libro de filosofía tiene una clave que empieza con 1, de matemáticas con 5, de técnica con 6, etc. Si la clave empieza, por

ejemplo, con la cifra 4, entonces, sin necesidad de revisar los libros, ustedes saben con anticipación que se trata cae la sección de lingüística.
Además, cada una de las secciones, a su vez enumerada se subdividen en 10 subsecciones, que también se denotan por las cifras del 0 al 9; estas cifras ocupan, en la clave, el segundo lugar. Por ejemplo, la 5a. sección que contiene libros de ciencias físico-matemáticas y naturales, se subdivide en las siguientes subsecciones:

50	Obras generales de ciencias físico-matemáticas naturales
51	Matemática.
52	Astronomía. Geodesia.
53	Física. Mecánica Teórica.
54	Química. Mineralogía.
55	Geología.
56	Paleontología.
57	Biología; Antropología. Antropología.
58	Botánica.
53	Zoología.

En forma semejante se dividen, también, las otras secciones. Por ejemplo, en la sección de ciencias aplicadas (6), a la subsección de medicina le corresponde el número 61, a la de agricultura el 63, al comercio y vías de comunicación.
Volver

Los signos y denominaciones aritméticas en diversos pueblos
Cabe pensar que los signos aritméticos, hasta cierto grado, son internacionales, y que son idénticos en todos los pueblos de cultura europea. Esto es cierto sólo con relación a la mayoría de los signos, pero no con relación a todos. Los signos + y -, los signos *x y*: se utilizan con el mismo sentido entre los alemanes, franceses e ingleses. Pero el punto como signo de multiplicación se aplica de diferente forma entre diversos pueblos. Mientras que algunos escriben 1a multiplicación 7.8, otros la denotan como 7·8, elevando el punto a la mitad de la cifra. También el punto decimal se escribe de muy diversas maneras: mientras algunos, como nosotros (se refiere a los soviéticos), escribimos 4,5, otros escriben 4.5, y unos terceros 4·5, colocando el punto arriba de la mitad. Además, cuando se trata de escribir un número decimal que no tiene parte entera, los norteamericanos y los ingleses omiten el cero, lo que no sucede en ningún lugar de Europa Continental. En libros norteamericanos, frecuentemente se pueden hallar notaciones como .725, ·725. o aún ,725 en vez de 0,725 (en México se escribe 0.725). La descomposición de un número en clases se denota, también, en diversas formas. Así, en algunos países se separan las clases con puntos (15.000.000), en otros con comas (15,000,000), y en otros se acostumbra dejar espacio libres, sin signo alguno entre clase y clase (15 000 000). Es instructivo observar, después de eso, cómo se modifica el método de denominación de un mismo número al pasar de una lengua a otra. E1 número 18, en ruso se dice vociemnadtsat es decir, primero se pronuncian las unidades (8) y luego las decenas (10), mientras que en español es a la inverso. En alemán, ese mismo número en la misma sucesión, se lee achtzhen, es decir, ocho diez; en francés, se dice diez ocho (dix-huit). En la siguiente tabla vemos hasta qué punto son distintos, en diversos pueblos, los métodos de denominación del mismo número 18:

en ruso 8 10

en alemán 8 10
en francés 10 8
en armenio 10 + 8
en griego 8 + 10
en latín menos 2 , 20
en neozelandés 11 + 7
en lituano 8 arriba de 10

También es curiosa la voz groenlandesa: "del otro pie tres". Esto es, una abreviatura de la suma de los dedos de las manos, de los de un pie, y tres del otro pie. Veamos el sentido que tiene:

número de dedos en ambas manos	10
número de dedos en un pie	5
número de dedos del otro pie	3
Total	18

La voz completa para el número dieciocho sería: "todas mis manos, 3, mi mano", sin tomar en cuenta los dedos de los pies (es decir, 10 + 3 + 5).

Curiosidades Aritméticas:

100 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 x 9
100 = 1 + 2 x 3 + 4 x 5 - 6 + 7 + 8 x 9
100 = 1 + 2 x 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9
100 = 1 x 2 + 34 + 56 + 7 - 8 + 9
Volver